

Estimación Poblacional por Muestreo de Distancia

(Population Estimation via Distance Sampling)

Badii, M.H., A. Guillen, E. ¹Cerna, J. ¹Landeros, J. ¹Valenzuela & Y. ¹Ochoa. UANL, San Nicolás, N.L., mhbadiiz@gmail.com, ¹UAAAN, Saltillo, Coah, México

Abstract. Different distance sampling methods are described. Following methods are emphasized. Clark & Evans Method, distance to second nearest neighbor, Thompson's Test, Campbell & Clark's Model, distance method for large areas including Byth & Ripley's method, Hopkin's Test, T quadrant sampling, point quadrant sampling, and finally wondering quadrant sampling. Examples for each of these methods are provided.

Keywords: Distance sampling, population parameter estimation, sampling

Resumen. Se presentan y discutan diferentes métodos de muestreo por distancia. Se enfatiza los siguientes métodos. Modelo de Clark & Evans, Modelo de distancia al segundo vecino más cercano, Prueba de Thompson, Modelo de Campbell & Clark, Método de distancia para áreas grandes, incluyendo el Método de Byth & Ripley y la prueba para la distribución espacial, Índice de Hapkins y estimación de la densidad, Muestreo de cuadro o cuadrante T (CT) con prueba para el patrón de distribución aleatorio y estimación de densidad, Método de punto cuadrante (PC) y finalmente, muestreo de cuadrante errante (CE). Se proveen ejemplos para cada uno de los modelos antes mencionados.

Palabras clave: Estimación de parámetros poblacionales, métodos de distancia, muestreo

Introducción

Mayoría de los estudios de las poblaciones requieren la estimación del **1.** Tamaño total (N_t), **2.** Densidad poblacional (d): número de individuos por unidad de área y **3.** Tasa del cambio poblacional (T_c), es decir $T_c = N_{t+1}/N_t$, o $T_c = d_{t+1}/d_t$. Estos parámetros cambian con tiempo, espacio, tipo de especies, la edad y el sexo. Por tanto, la dinámica poblacional y consecuentemente, estos parámetros dependen de las condiciones del medio ambiente incluyendo factores abióticos y bióticos. Muestreo de distancia puede ser un método bueno para estimar dichos parámetros poblacionales.

Muestreo por cuadrantes

Los cuadrantes no son unidades muestrales naturales y además uno debe decidir el tamaño y la forma óptima de los cuadrantes. Una alternativa es usar muestreos sin cuadrantes (plotless o sin parcelas). Estas técnicas han sido desarrolladas por fito-ecólogos y son útiles para organismos con poca movilidad. Hay dos acercamientos generales en éstos métodos.

1. Escoger organismos aleatoriamente y medir las distancias a sus vecinos más cercanos.
2. Escoger puntos aleatorios y medir las distancia de cada punto a un organismo más cercano. Se aplica este método usualmente para una sola especie y es popular en ecología para la estimación de la densidad, suponiendo que la distribución espacial es al azar. Además, se usa éste método para determinar el tipo de la distribución espacial, esto, cuando se conoce la densidad.

En la práctica, en la zona del censo, primero, se escoge un punto al azar y mide su distancia al organismo más cercano; y luego, se selecciona un organismo de manera aleatorio y mide su distancia al organismo más cercano. Además, se puede extender el método a: **1.** Distancia al segundo vecino más cercano; **2.** Distancia al 3er. vecino más cercano, y **3.** Distancia al "i"ésimo vecino más cercano.

Método de Clark & Evans (Clark & Evans, 1954)

Estos autores fueron los primeros ecólogos que sugieron el método para estimar el patrón de dispersión espacial. Este método está basado en la medición de la distancia de cada individuo a su vecino más cercano (Tablas 1, 2 y 3).

Tabla 1. Parámetros del modelo

$r_{a(\text{obs})}$ = Media de distancia al vecino más cercano = $\Sigma r_i/n$ r_i = Distancia del vecino más cercano para el individuo "i" n = Número de individuos en el área de estudio $r_{a(\text{esp})}$ = Media esperada de distancias = $1/2\sqrt{p}$, donde, p = densidad de los organismos = n/TA , y TA = tamaño del área, y de aquí nace el índice de dispersión (R): $R = r_{a(\text{obs})} / r_{a(\text{esp})}$
--

Donde,

$R \rightarrow 0$	significa con la tendencia hacia la dispersión agregado
$R = 1$	significa con la tendencia hacia la dispersión al azar
$R \rightarrow 2.15$	significa con la tendencia hacia la dispersión Uniforme

Tabla 2. Prueba de significancia para dispersión de datos.

La prueba de significancia para la determinación del tipo de dispersión de datos está basada en la ecuación: $Z = (r_{a(\text{obs})} - r_{a(\text{esp})})/EE_{(EE} r_{a(\text{esp})}$, donde, $EE_{(EE} r_{a(\text{esp})} = 0.26136/\sqrt{np}$ n = Número de individuos p = Densidad de los organismos
--

Ejemplo

Campbell & Clarck (1971) midieron las distancias " r_i 's" para 39 grillos en Australia en un área circular con un radio igual a 12 m. Por tanto, la circunferencia = $3.14 \times 12^2 = 452.4 \text{ m}^2$

Tabla 3. Pruebas de hipótesis para el modelo.

Ho: el patrón de la dispersión es al azar Ha: el tipo de la dispersión no es al azar

Suponer que $\Sigma r_i = 63.4$

$$r_{a(\text{obs})} = \Sigma r_i / n = 63.4/39 = 1.626 \text{ (metros)}$$

$$p = n/TA = 39/452.4 = 0.08621 \text{ grillo por m}^2$$

$$r_{a(\text{esp})} = 1/2\sqrt{p} = 1/2\sqrt{0.08621} = 1.704 / \text{m}^2$$

$$R = r_{a(\text{obs})}/r_{a(\text{esp})} = 1.626/1.703 = 0.95, \text{ por tanto, una tendencia ligera hacia agregación.}$$

$$Z = (r_{a(\text{obs})} - r_{a(\text{esp})})/EE_{(EE} r_{a(\text{esp})} = (1.626 - 1.703)/\{0.26136/\sqrt{39(0.08621)}\} = -0.54$$

Aquí $-0.54 < 1.96$, por lo tanto: "Ho" no se rechaza, es decir la dispersión es al azar.

Si se usa el método de Clarck & Evans (1954) sin "la tira de borde" es decir, sin tomar en cuenta el efecto del borde, los resultados son sesgados. Por tanto, para estos casos hay que usar el método de Donnelly (1978) que en realidad es una modificación del método de Clark y Evans (1954). Según este método la estimación de r_c (esperada) = $r_{a(\text{esp})}$ corregida por falta de la tira de borde, se realiza basado en la siguiente ecuación: $r_{c(\text{esperada})} = r_{a(\text{esp})} + (.05 + 0.041/\sqrt{n})(L/n)$, $EE_{(rc)} = \{\sqrt{0.07A + 0.037L\sqrt{A/n}}\}/n$. Donde, A = área de estudio, n = número de individuos, y L = largo del borde del área de estudio. Para éste método, se usa la misma prueba de "Z" como arriba escrita. Sin embargo, Donnelly se recomienda usar el método para: **1)** áreas no rectangulares, y **2)** para casos con $n > 7$.

Distancia al segundo vecino más cercano

Se puede extender el método de Clarck & Evans (1954) del vecino más cercano, al 2°, 3°, o “i”isimo vecino más cercano. La Tabla 4 demuestra $r_{a(esp)}$ (media esperada de distancia) y su error estándar o $EEr_{a(esp)}$.

Tabla 4. Medias ($r_{a(esp)}$) y errores de distancias esperadas (Thompson, 1956).

Vecino más cercano					
Parámetro	1°	2°	3°	4°	5°
$r_{a(esp)}$	$0.5/\sqrt{p}$	$0.75/\sqrt{p}$	$0.9375/\sqrt{p}$	$1.0937/\sqrt{p}$	$1.2305/\sqrt{p}$
$EEr_{a(esp)}$	$0.2614/\sqrt{np}$	$0.2723/\sqrt{np}$	$0.2757/\sqrt{np}$	$0.2774/\sqrt{np}$	$0.2821/\sqrt{np}$

Aquí, se supone un borde, con notaciones siguientes: P = densidad poblacional, n = número de individuos, y $p = n/A$, donde, A = el tamaño del área de estudio.

Prueba de Thompson (1956)

Se sugiere una prueba de X^2 para evaluar las hipótesis siguientes:

Ho: distribución es al azar

Ha: distribución difiere de al azar

$$X^2 = 2\pi p \Sigma(r_k^2), \text{ y los grados de libertad o gl son igual a } 2nk.$$

Donde:

P = Densidad de la población; $P = n/A$

n = Número de individuos medidos

r_k = Distancia al “ k ” isimo vecino más cercano

k = Rango del vecino ($k = 1$ para vecino más cercano, $k = 2$ para 2° vecino más cercano, etc.)

$\pi = 3.14159$

Ejemplo

Para datos de grillo (Ejemplo de Campbell & Clarck, 1971) con $\Sigma(r_k^2) = 136.78$
 $X^2 = 2(3.14259)(0.08621)(136.78) = 74.09$, $gl = 2(39)(1) = 78$

Este valor se compara con el valor de la tabla a nivel de $\alpha = 0.05$. Ahora, un valor grande significativo indica la dispersión uniforme y un valor pequeño significativo índice la dispersión agregada o de contagio.

$$X^2_{0.95} = 59 \text{ y } X^2_{0.05} = 99.6$$

El valor calculado (74.09) ni es menor de 59 (agregación) ni es mayor de 99.6 lo cual indica la dispersión de tipo uniforme. Por tanto, el tipo de dispersión es al azar. Para los gl muy altos, hay que usar la tabla “ Z ” y la ecuación siguiente, $Z = \sqrt{2X^2} - \sqrt{4n - 1}$. Cabe aclarar que para este caso, $Z = \sqrt{2(74.09)} - \sqrt{4(39) - 1} = -0.28$, lo cual no es significativo: $p > 0.78$. Según la regla, valores negativos y positivos de la Z indican dispersión de tipo agregada y uniforme, respectivamente, mientras que el valor de Z igual a 0 indica el patrón aleatorio.

Modelo de Campbell & Clark (1971)

Un modelo mejor que el de Thompson (1956) es el de Campbell y Clarck (1971), que es una prueba de bondad de ajuste. Los pasos para este modelo son de manera siguiente.

1. Debe seleccionar clases con sus frecuencias entre 5 a 10 clases.
2. Frecuencia esperada (f_e) se calcula por dos siguientes etapas.
 - 2a. Estimar la probabilidad acumulativa para las distancias desde 0 a r_1 (r_1 = el límite inferior de cada clase) en base a la ecuación: $F_x = 1 - e^{(-x/2)}$

Donde:
 $X = 2\pi p r_i^2$
 P = densidad de la población
 F_x = la probabilidad de obtener una distancia en el rango de “0 – r_1 ”, por ejemplo, si la primera clase de distancias del vecino más cercano tiene un rango de “0 – 0.85 m” y la segunda clase un rango de “0.85 – 1.65 m”; entonces para datos de grillo con $p = 0.08621$, tenderemos:

Clase 1:

$X = 2(3.14159)(0.08621)(0.85)^2 = 0.39136$, y $F_x = 1 - e^{(-0.39/2)} = 0.178$

Clase 2:

$X = 2(3.14159)(0.08621)(1.65)^2 = 1.4747$, y $F_x = 1 - e^{(-1.47/2)} = 0.522$

2b. Estimar la $f_{esperada}$ o “ f_e ” en cada clase, es decir, obtener la f_e por sustracción de manera siguiente.

La clase 1 debe contener 17.8% de las distancias observadas, la clase 2: $52.2 - 17.8 = 34.4\%$.

Con una muestra de $n = 39$ individuos en este ejemplo, esperamos un porciento de “ n ” o $n(\%) = 8(39)(17.8\%) = 6.94$ distancias y esto cae en la categoría del rango de 0 – 0.85 m.

De la misma manera, $(39)(34.4\%) = 13.42$ distancias que se ubica en la categoría de 0.85–1.65 m.

Ahora bien, se debe calcular estas frecuencias esperadas para todas las clases en la distribución de frecuencias, y después de todo esto, se hace un $X^2 = \Sigma[(O-E)^2 / E]$ con $gl =$ número de clases – 1.

El único problema es combinar clases para que el valor esperado en cada clase sea al menos igual al 3.

Con el ejemplo del modelo de Campbell & Clarck (1971), tenemos los datos y siguientes resultados (Tabla 5).

Tabla 5. Distancias del vecinos más cercanos (grillos en Australia) (Tablas 6a y 6b).

Límite de clase (m) distancia al vecino más cercano	f_{obs}
0 – 3.55	15
3.55 – 7.05	16
7.05 – 10.55	6
10.55 – 14.05	9
14.05 – 17.55	1
17.55 – 21.05	1
21.05 - ∞	3

*: $n = 51, \Sigma r = 3733, \Sigma r_i^2 = 4401.05, r_a = 7.32 \text{ m}$

$A = \text{área de estudio} = 17.800 \text{ m}^2$

$P = n/A = 51/17,800 = 0.002865 \text{ grillos/m}^2$

Ahora hay que determinar la “fe” para estos grillos (Tabla 6a y 6b) según:

Clase 1:

$X = 2 \pi r^2 = 2(3.14159)(0.002865)(3.55^2) = 0.2269$

$F_x = 1 - e^{-(0.2269/2)} = 0.1072$

Donde, $F_x = \text{probabilidad acumulativa}$

Clase 2:

$X = 2 \pi r^2 = 2(3.14159)(0.002865)(7.05^2) = 0.8948$

$F_x = 1 - e^{-(0.8948/2)} = 0.3607$

$(fR_e \text{ en clase "X + 1"}) = (PA \text{ de clase "X + 1"}) - (PA \text{ de clase X})$

Donde,

$fR_e = \text{Frecuencia relativa esperada}$

$(N_{ED}) = \text{Número esperado de distancias} = (fR_e) * (\text{tamaño de muestra: } n = 51)$

Tabla 6a. Cálculo de los parámetros del modelo de Campbell & Clarck (1971).

clase	Límite superior	X	$e^{-(x/2)}$	F _x	F _{x acumulativo}	fR _e	N _{ED}
1	3.55	0.2269	0.8928	0.1072	0.1072	0.1072	5.49
2	7.05	0.8948	0.6393	0.3607	0.3607	0.2535	12.93
3	10.55	2.0037	0.3672	0.6328	0.6328	0.2721	13.88
4	14.05	3.5537	0.1692	0.8308	0.8308	0.1980	10.10
5	17.55	5.5448	0.0625	0.9375	0.9375	0.1067	5.44
6	21.05	7.9769	0.0185	0.9815	0.9815	0.0440	2.24
7	∞	∞	0	1	1	0.0185	0.95
$P = n/A = 51/17,800 = 0.002865 \text{ grillos/m}^2 \text{ o } 2,865 \times 10^{-3} \text{ grillo/m}^2$						$\Sigma = 1$	$\Sigma = 51$

Tabla 6b. Prueba de X^2 para el modelo de Campbell & Clarck (1971).

Clase (m)	# observados	# Esperados	$X^2 = (O - E)^2/E$
0 – 3.55	15	5.49	16.60
3.55 – 7.05	16	12.93	0.73
7.05 – 10.55	6	13.88	4.47
10.55 – 14.05	9	10.10	0.12
14.05 – 17.55	1	5.44	3.62
17.55 – 21.05	1	2.24	0.21
21.05 - ∞	3	0.95	
			$\Sigma = 25.75$

Por ejemplo:

$N_{ED \text{ clase 1}} = 0.1072 * 51 = 5.47$

$N_{ED \text{ clase 2}} = 0.2535 * 51 = 12.93$

Donde, $N_{ED} = \text{Número esperado de distancias}$

$X^2_{\text{tabla}}, \alpha = 0.01 = 15.09 \text{ con gl} = 5.$

$$X^2_{\text{cal.}} (25.75) > X^2_{\text{tab.}} (15.09)$$

Las hipótesis nula (H_0) y alterna (H_a) son:

H_0 : dispersión es al azar
 H_a : dispersión no es al azar

“ H_0 ” se rechaza, en otras palabras, debido a que hay más grillos observados en la sección de vecinos más cercanos que esperados, se concluye que los datos sugieren una dispersión agregada.

Métodos de distancia para áreas grandes

En algunos casos no se puede ubicar toda la población y tenemos que muestrear individuos distribuidos en un área grande. Por ejemplo, estimar la densidad de una especie de árbol en una gran región de un bosque. Los estadísticos le llaman a esto “muestreo esparcido” y ponen como el requisito primario, seleccionar un esquema de muestreo en donde los puntos de muestreo deben ser suficientemente separados para que las observaciones sean independientes, esto requiere no muestrear más de 5 a 10% de la población total, y por tanto, hacemos muestreo sin reemplazo. Se hacen dos tipos de mediciones: **1)** de un punto al azar al vecino más cercano, y **2)** de un organismo al azar al vecino más cercano.

Método de Byth & Ripley (1980) para áreas grandes

El procedimiento de este método conste de los siguientes pasos.

1. Establecer “ $2n$ ” puntos de muestreo (n = tamaño de muestreo deseado para la medición del vecino más cercano).
2. Escoger $\frac{1}{2}$ de estos “ $2n$ ” puntos al azar y medir las distancias de estos puntos a sus vecinos más cercanos (X_1, X_2, \dots, X_n).
3. Alrededor de “ $\frac{1}{2}$ de $2n$ restante” establecer una parcela suficientemente grande para que abarque un promedio de 5 individuos. Enumerar todos los individuos en cada una de estas parcelas y seleccionar “ n ” de estos individuos en forma al azar.
4. Medir la distancia entre cada individuo seleccionado y su vecino más cercano (r_1, r_2, \dots, r_n).

Como ejemplo, vamos a suponer un tamaño de muestra igual a $3(n)$, por tanto, se seleccionan $2n$, es decir, 6 puntos en el área de estudio. De estos 6 puntos se selecciona la mitad, es decir, tres puntos para medir distancias entre los puntos y los organismos, y el restante tres puntos para establecer las parcelas chicas y escoger de forma aleatoria los individuos y calcular la distancia de estos organismos a sus vecinos más cercanos.

La prueba para dispersión espacial

Según Hopkins (1954):

$$h = \frac{\sum(X_i^2)}{\sum(r_i^2)}$$

Donde,

h = Estadística de Hopkins

X_i = Distancia del punto "i" al vecino más cercano

r_i = Distancia del organismo "i" al vecino más cercano

Índice de Hopkins (Hopkins, 1954)

La ecuación de Hopkins: $I_h = h/(1 + h) = \sum(X_i^2) / (\sum(X_i^2) + \sum(r_i^2))$

Donde,

$I_h \rightarrow 1$ dispersión de tipo agregado

$I_h = 0.5$ dispersión de tipo al azar

$I_h \rightarrow 0$ dispersión de tipo uniforme

Ejemplo

En una hectárea de árboles se toma una muestra de 24 puntos para obtener 12 mediciones (Tabla 7).

$$\sum(X_i^2) = 6.2^2 + \dots + 2.8^2 = 385.33$$

$$\sum(r_i^2) = 3.2^2 + \dots + 1.8^2 = 176.85$$

$$h = \sum(X_i^2) / \sum(r_i^2) = 385.33 / 176.85 = 2.18$$

H₀: dispersión es al azar

H_a: dispersión no es al azar

El valor h de la tabla en base a: $F_{0.025}$ con $gl = 2n(24) = 0.44$, y $F_{0.975}$ con $gl = 24 = 2.27$.

Si $h_{calculada} < h_{tab, \alpha = 0.025} \rightarrow$ tendencia hacia dispersión uniforme

Si $h_{calculada} > h_{tab, \alpha = 0.975} \rightarrow$ tendencia hacia dispersión agregada

El valor de $h_{calculada}$ (2.18) ni es mayor que 2.27 ni es menor que 0.44, y por tanto, "H₀" se acepta, es decir, el tipo de la dispersión es al azar (esto probablemente se debe por la razón de un "n" pequeño).

Tabla 7. Ejemplo del método de Hopkins para los árboles en Canadá*.

N	X_i (metros)	r_i (metros)
1	6.2	3.2
2	9.8	2.8
3	3.4	1.1
4	1.2	4.6
5	5.7	4.2
6	6.1	1.3
7	3.4	5.4
8	5.7	0.4
9	7.2	4.1
10	4.1	3.8
11	6.9	6.9
12	2.8	1.8

*: X_i = distancia del punto al vecino más cercano, r_i = distancia del individuo al vecino más cercano.

Estimación de la densidad para el caso de vecino más cercano

El objetivo primordial del esquema del muestreo del vecino más cercano es la estimación de la densidad, sin embargo, hemos alejado de este punto debido a que la estimación

en base de vecino más cercano es muy sensible al tipo de la dispersión espacial. No vamos a tener ningún sesgo en esta estimación de densidad si dispersión espacial es al azar, por eso es necesario determinar el patrón de la dispersión espacial *antes* de estimar la densidad.

Si la dispersión espacial es al azar, método de Byth y Ripley (1980) nos da estimación de densidad sin sesgo para los casos (Tabla 8).

Tabla 8. Los valores de X_i y r_i a los vecinos más cercanos de árboles, Canadá.

Muestra #	X_i (metros)	r_i (metros)
1	8.65	3.60
2	12.20	8.55
3	6.95	2.15
4	3.05	6.80
5	9.65	5.05
6	4.35	10.60
7	7.10	4.35
8	15.20	2.85
9	6.35	7.95
10	12.00	3.15
11	2.80	6.90
12	5.55	3.95
13	8.10	8.10
14	11.45	4.50
15	13.80	7.65
16	7.35	1.10
17	6.30	3.40
18	9.60	4.80
19	10.35	6.25
20	3.15	2.90

*: X_i = distancia del punto "i" al vecino más cercano, r_i = distancia del organismo aleatorio "i" al vecino más cercano.

- A. En caso de distancias del punto al organismo: $\check{N}_1 = n / \pi \sum X_i^2$
 \check{N} = Estimación de la densidad poblacional
 n = Tamaño de la muestra
 X_i = Distancia del punto "i" al vecino más cercano
- B. En caso de distancia del organismo al organismo: $\check{N}_2 = n / \pi \sum r_i^2$
 \check{N} = Estimación de la densidad poblacional
 n = Tamaño de la muestra
 r_i = Distancia del organismo aleatorio "i" al vecino más cercano

Las varianzas para A y B son similares.

Definir las siguientes anotaciones:

- a. $\check{Y}^2 = 1/\check{N}$ recíproco de la densidad poblacional, donde \check{N} puede ser \check{N}_1 o \check{N}_2
 - b. $V_{(\check{y})} = \check{Y}^2/n$
 - c. $EE_{(\check{y})} = \sqrt{[V_{(\check{y})} / n]}$
- C. Debido a que la mayoría de las poblaciones tienen distribución no aleatoria (Diggle et al., 1976; Diggle, 1983), Diggle (1975) sugiere un mejor estimador que \check{N}_1 o \check{N}_2 , es decir, $\check{N}_3 = \sqrt{\check{N}_1 \check{N}_2}$. \check{N}_3 = Estimador de densidad de población (Diggle, 1975). \check{N}_1 y \check{N}_2 son como arriba mencionados.

C₁. La varianza de \check{N}_3 : $V_{(1/\check{N}_3)} = [(1/\check{N}_3)^2/n]$ y $EE_{(1/\check{N}_3)} = \sqrt{[V_{(1/\check{N}_3)}/n]}$. Se usan los datos de la Tabla 8 para ilustrar este modelo.

$$\begin{aligned} \sum(X_i^2) &= 8.65^2 + \dots + 3.15^2 = 1,587.798 \\ \sum(r_i^2) &= 360^2 + \dots + 2.90^2 = 665.835 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \check{N}_1 &= n/\pi \sum(X_i)^2 = 20/3.14159(1,587.798) = 4.01 \cdot 10^{-3} \text{ \u00e1rboles/m}^2 \\ \check{N}_2 &= n/\pi \sum(r_i)^2 = 20/3.14159(665.835) = 9.56 \cdot 10^{-3} \text{ \u00e1rboles/m}^2 \\ \check{N}_3 &= \sqrt{\check{N}_1 \check{N}_2} = \sqrt{(4.01)(9.56)(10^{-6})} = 6.19 \cdot 10^{-3} \text{ \u00e1rboles/m}^2 \text{ o (6/ha)} \end{aligned}$$

$h = \sum(X_i)^2/\sum(r_i)^2 = 1,587.798/665.835 = 2.38$, con $gl = 40$, $40(2n=2 \cdot 20=40)$. El valor 2.38 es significativa, es decir, la "H₀" se rechaza, en otras palabras, los \u00e1rboles tienen una dispersi\u00f3n agregada, y por tanto \check{N}_1 y \check{N}_2 no son buenos estimadores y hay que usar \check{N}_3 .

$$\begin{aligned} V_{(1/\check{N}_3)} &= (1/\check{N}_3)^2/n = (161.5)^2/20 = 1,304.27 \\ EE &= 8.075 \end{aligned}$$

IC 95% para $1/\check{N}_3 = 1/\check{N}_3 \pm t_\alpha[EE (1/\check{N}_3)]$, con $t_\alpha, gl = n-1$,
Por tanto, $161.55 \pm (2.09)(8.075)$

Es decir, 144.463 (l\u00edmite inferior) a 178.429 (l\u00edmite superior). Y tomando las r\u00e9cprocas, arrojamos las densidades de 0.0056 a 0.00691 \u00e1rboles/m².

Muestreo de Cuadrante T (CT)

Una alternativa al m\u00e9todo de Byth y Ripley es muestreo de cuadrantes (CT) de Besag & Gleaves (1973). Este m\u00e9todo es m\u00e1s simple que el m\u00e9todo anterior y por lo tanto es m\u00e1s preferible por ec\u00f3logos del campo. El procedimiento se basa en lo siguiente. Seleccionar un punto aleatorio "o" en el \u00e1rea de estudio y medir la distancia "X" al organismo m\u00e1s cercano "P". Se mide una segunda distancia "Z" del organismo "P" a su vecino m\u00e1s cercano "Q", con la restricci\u00f3n de que: **1.** Este organismo "Q" este localizado en el hemisferio a la derecha de la zona de estudio. **2.** El \u00e1ngulo "QPQ" debe ser m\u00e1s de 90\u00b0. Se muestra en la zona de estudio con puntos aleatorios "o". En forma resumida, en cada punto aleatorio miden dos distancias, **1.** La distancia "X" del punto aleatorio "o" al organismo m\u00e1s cercano "P". **2.** La distancia "Z" de organismos "P" a su vecino m\u00e1s cercano "Q", con la restricci\u00f3n de que QPQ sea m\u00e1s de 90\u00b0.

Prueba para el patr\u00f3n de distribuci\u00f3n aleatorio

Se usa la estad\u00edstica de Hines & Hines (1979):

$$h_t = 2n [2\sum(X_i^2) + \sum(Z_i^2)]/[(\sqrt{2}) (\sum(X_i) + \sum(Z_i))]^2$$

Se eval\u00faan estos estad\u00edsticos con una tabla espec\u00edfica. Valores chico de h_t indican dispersi\u00f3n de tipo uniforme, y los valores grandes indican dispersi\u00f3n de tipo agregada (tama\u00f1o de muestra es igual a $2n$).

Donde,

h_t = Estad\u00edstica de Hines

n = Tama\u00f1o de la muestra

X_i = Distancia de punto aleatorio al organismos

Z_i = Distancia del organismo a su vecino m\u00e1s cercanos

Estimación de densidad

$$\check{N}_4 = 2n / \sum \pi (Z_i^2)$$

\check{N}_4 = Estimación de la densidad de muestreo de cuadrante T (CT)

N = Tamaño de la muestra

Z_i = Distancia de CT asociado con punto aleatorio “i”

Hay que recalcar que no debe utilizar \check{N}_4 al menos que el patrón de la dispersión espacial sea aleatorio. Byth (1982) demostró que el mejor estadístico en este caso es:

$$EE_{(1/\check{N}_T)} = \{ [8(M_z)^2 S_x^2 + 2M_x * M_z * S_{xz} + (M_x)^2 S_z^2] / n \}^{1/2}$$

Donde:

M_x = Media de X_i 's

M_z = Media de Z_i 's

n = Tamaño de la muestra

S_x^2 = La varianza de los X_i 's

S_z^2 = La varianza de los Z_i 's

S_{xz} = Covarianza de los X_i 's y los Z_i 's

La Tabla 9 demuestra un ejemplo de muestreo de cuadrante T.

Tabla 9. Un ejemplo de muestreo de cuadrante para los árboles en Canadá.

Punto de muestreo #	X_i (m)	Z_i (m)
1	12.6	8.7
2	9.3	16.4
3	7.5	9.3
4	16.2	12.6
5	8.8	3.5
6	10.1	11.2
7	6.2	13.6
8	1.5	9.1
9	14.3	2.7
10	9.6	8.6
11	11.3	7.9
12	8.9	12.1
13	6.3	15.6
14	13.9	9.9
15	10.8	13.7
16	7.6	8.4
$\sum 16$	$\sum x_i = 154.9$	$\sum z_i = 163.3$
	$\sum x_i^2 = 1,694.93$	$\sum z_i^2 = 1,885.05$
$\sum_{xz} = 1,543.72$	$M_{x_i} = 9.681$	$M_{z_i} = 10.206$

$$V_x = [\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2/n] / (n-1) = [(1/94.93 - 154.9^2)/16] / 15 = 13.02$$

$$V_z = [\sum Z_i^2 - (\sum Z_i)^2/n] / (n-1) = [(1,885.05 - 163.3^2)/16] / 15 = 14.558$$

$$S_{xz} = [\sum X_i Z_i - (\sum X_i)(\sum Z_i)/n] / (n-1) = [1,543.72 - (154.9)(163.3)/16] / 15 = -2.4819$$

$$EE_{(1/\check{N}_T)} = [8(10.206^2)(13.02) + 2(9.681)(10.206)(-2.4819) + (9.681^2)(14.558)]^{1/2} / 16 = 33.39$$

$1/\check{N}_T \pm t\alpha [EE_{(1/\check{N}_T)}]$, [$t = 2.13$, y $gl = 15$]: 279.33 \pm 71.12: 208.2 (valor inferior) a 350.4 (valor superior), y finalmente, tomar recíprocas para obtener I.C. 2.9×10^{-3} a 4.8×10^{-3} árboles/m² o 29 a 48 árboles/ha.

Método de Punto Cuadrante (PC)

Se seleccionan varios puntos aleatorios (normalmente a lo largo de un transecto) con la limitación de que los puntos no pueden estar tan cerca para que el mismo individuo no sea contabilizado dos veces (Cottam et al., 1953, Cottam & Courtis, 1956). El área alrededor de cada punto aleatorio se divide en cuatro cuadrantes de 90° cada uno y en cada cuadrante se mide la distancia del punto seleccionado de cada vecino más cercano. Por tanto, vamos a tener cuatro distancias de cada punto a su vecino más cercano. Esto es equivalente (teóricamente) a medir las distancias de un punto aleatorio al 1°, 2°, 3°, y 4° vecino más cercano.

Según Pollard (1978):

$$\check{N}_p = 4(4n - 1) / \pi \Sigma(r_{ij})^2,$$

Donde,

\check{N}_p = Densidad poblacional

n = Número de los puntos de muestreo o el tamaño de la muestra

r_{ij} = Distancia del punto aleatorio “i” al vecino mas cercano en el cuadrante j (i = 1, 2, n, y j = 1, 2, 3, 4)

$V_{(\check{N}_p)} = \check{N}_p^2 / (4n - 2)$

$EE_{(\check{N}_p)} = (V_{(\check{N}_p)} / 4n)^{1/2}$

Si $4n > 30$, los I.C. de 95% están dados por Seber (1982), según las ecuaciones siguientes:

1. Límite inferior para $\sqrt{N_p} = [(16n - 1)^{1/2} - 1.96] / (\pi \Sigma(r_{ij}^2))^{1/2}$
2. Límite superior para $\sqrt{N_p} = [(16n - 1)^{1/2} + 1.96] / (\pi \Sigma(r_{ij}^2))^{1/2}$

Finalmente, tomar los cuadrados de límite inferior y límite superior para convertirlos a la densidad poblacional.

Puntos relevantes:

1. Este método es eficiente cuando es fácil dividir el área alrededor de punto “i” en cuatro cuadrantes.
2. Cuando la toma de los puntos aleatorios lleva mucho tiempo.
3. Las estimaciones de este método son muy susceptibles al sesgo cuando dispersión no es aleatoria.
4. En general, es mejor usar métodos de BIT & Ripley o muestreo de cuadro (CT) que el muestreo de punto cuadrante.

Método de Cuadrante Errante (CE)

El procedimiento es de manera siguiente (Catana, 1963).

1. Se selecciona un cuadrante de 90° por medio de una línea aleatoria de compás.
2. Se escoge un punto aleatorio y se mide su distancia a un vecino más cercano.
1. De este organismo se mide una serie de distancias a los vecinos más cercanos con la condición de que el vecino más cercano debe de ubicarse dentro de un cuadrante de 90° preseleccionado.

Desafortunadamente, no se ha medido qué tan buenas son las estimaciones de este método, por ejemplo, si la dispersión espacial es aleatorio se puede usar la ecuación $N_4 = 2n / \pi \Sigma(Z_i^2)$ del método de muestreo de cuadrante o cuadro T (CT) para estimar el la densidad

poblacional. Sin embargo, si la dispersión desvía de la aleatoriedad vamos a tener mucho sesgo y por tanto, no hay que usar este método.

Referencias

- Besag, J. & J. T. Gleaves. 1973. On the detection of spatial pattern in plant communities. *Buul. Int. Stat. Inst.* 45: 153-158.
- Byth, K. 1982. On robust distance-based intensity estimators. *Biometrics* 38: 127-135.
- Byth, K. & B.D. Ripley. 1980. On sampling spatial patterns by distance methods. *Biometrics* 36: 279-284.
- Campbell, D.J. & D.J. Clarke. 1971. Nearest neighbor test of significance for nonrandomness in the spatial distribution of singing crickets. *Anim. Behav.* 19: 750-756.
- Catana, A.J. 1963. The wandering quarter method of estimating population density. *Ecology* 44: 349-360.
- Clark, P.J. & F.C. Evans. 1954. Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationship in populations. *Ecology* 35: 445-453.
- Cottam, G. & J.T. Curtis. 1956. The use of distance methods in phytosociological sampling. *Ecology* 37: 451-460.
- Cottam, G.J.T. Curtis & B.W. Hale. 1953. Some sampling characteristics of a population of randomly dispersed individuals. *Ecology* 34: 741-757.
- Diggle, P.J. 1975. Robust density estimation using distance methods. *Biometrika* 62: 39-48.
- Diggle, P.J. 1983. *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns*. Academic press, London.
- Diggle, P.J., J. Besag & J.T. Gleaves. 1976. Statistical analysis of spatial point patterns by means of distance methods. *Biometrics*, 32: 659-667.
- Donnelly, K. 1978. Simulations to determine the variance and edge-effect of total nearest neighbor distance. Pp. 91-95. In: I. Hodder (ed.). *Simulation Methods in Archeology*. Cambridge University Press.
- Hines, W.G. & R.J.O. Hines. 1979. The Eberhardt index and the detection of non-randomness of spatial point distributions. *Biometrika* 66: 73-80.
- Hopkins, B. 1954. A new method of determining the type of distribution of plant individuals. *Ann. Bot.* 18: 213-227.
- Pollrad, K.H. 1978. A family of density estimates for line transect sampling. *Biometrics* 27: 991-1002.
- Thompson, H.R. 1956. Distribution of distance to nth neighbor in a population of randomly distributed individuals. *Ecology* 37: 391-394.