

## **Recopilación y análisis de tiempos de solución a problemas de razonamiento lógico matemático en estudiantes de educación media superior**

### **Compilation and analysis of solution times to problems of mathematical logical reasoning in students of high school**

M.I. Alicia Yesenia, López Sánchez <sup>1</sup>, Dra. Aída Lucina, González Lara <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León. San Nicolás de los Garza, México. alicia.lopezsn@uanl.edu.mx

<sup>2</sup>Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León. San Nicolás de los Garza, México. aida.gonzalezlr@uanl.edu.mx

**Resumen.** En este estudio se crearon problemas que ayudan a fortalecer el razonamiento lógico-matemático con base en la guía del Examen Nacional de Ingreso a la Educación Superior, para lo cual se tomó como referencia material avalado por un grupo de expertos en el área de matemáticas para posteriormente ser revisados y almacenados en una base de datos. Se desarrolló un sitio web el cual es accedido por estudiantes de preparatoria para obtener y almacenar el tiempo, la respuesta y/o el reporte de los problemas con el propósito de analizar los problemas en donde se cometían más errores o se reportaban. También se analizaron y clasificaron los tiempos con base en sus repuestas, eliminando los valores atípicos usando la prueba *Grubbs* de R y la prueba *Welch* para comparar similitud entre las listas de datos, con el objetivo de conocer si se consideran o no los tiempos con respuesta incorrecta para alimentar un Sistema de Inferencia Difuso.

**Palabras clave:** Evaluación, razonamiento lógico-matemático, matemáticas, educación media superior

**Abstract.** In this study were crated problems to help the strengthen of the logical-mathematical reasoning based on the National Admission Exam for Higher Education guide, for which it was taken as a reference material endorsed by a group of experts in the area of mathematics for later be reviewed and store on a database. A website was developed which is accessed by high school students to obtain and store the time, the response and/or the report of the problems for the purpose of analyzing the problems where most mistakes were made or reported. There were also

analyzed and divided the times based on their answers, eliminating outliers using the Grubbs test of R and the Welch test to compare similarity between data lists, with the objective of knowing if whether are considered or not the times with wrong answer to fees a Fuzzy Inference System.

**Key words:** Evaluation, logical-mathematical reasoning, mathematics, high school.

## **Introducción**

Hoy en día, el pensamiento formal es una actividad mental que requiere esfuerzo y se desarrolla en la adolescencia, obteniendo habilidades o capacidades para resolver problemas con el objetivo de lograr actividades académicas, sin embargo, no es suficiente contar con el pensamiento formal, sino que también se debe mejorar la habilidad de razonamiento matemático (Quintero, Suárez, García, & Vanegas, 2012) (Larrazolo, Backhoff, & Tirado, 2013).

Contar con estas habilidades facilita en la toma de decisiones para afrontar situaciones o actividades en áreas en donde las matemáticas y las ciencias son más fuertes, logrando así que los estudiantes vean los problemas no como una dificultad sino como una serie de pasos a resolver (Baño, 2015) (Fernández, 2013).

En México, el 45% de los estudiantes que terminan el bachillerato son solamente capaces de desarrollar procedimientos con instrucciones directas, se encontró que tienen un nivel insuficiente en matemáticas de acuerdo con los resultados analizados en 2013 por el Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos [EXHCOBA] del 2006 y 2007, mostrando que los estudiantes que egresan del bachillerato no entienden los conceptos fundamentales y no poseen la habilidad de solucionar problemas de complejidad intermedia en matemáticas (Larrazolo, Backhoff, & Tirado, 2013).

En 2015 se aplicó el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes [PLANEA] desarrollado por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE] a 144,517 estudiantes de 3,529 escuelas en todo el país, con resultados nada satisfactorios ya que dos terceras partes se encuentran ubicados en el nivel I de matemáticas, representando un nivel insuficiente, debido a que solo pueden resolver problemas con estrategias básicas por lo que se les dificulta continuar aprendiendo (INEE, 2017).

No solamente se han realizado evaluaciones a nivel nacional, sino también de manera internacional, en el año 2015 México y otros 71 países

participaron en el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos [PISA], en donde una de las áreas a evaluar es la capacidad para formular las matemáticas en distintos contextos, así como también el uso de conceptos o procedimientos para explicar o predecir fenómenos; México obtuvo el lugar 55 en este estudio con un promedio de 408 puntos, ubicándose por debajo del promedio establecido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE] el cual es de 490 puntos (OECD, 2018).

Para solucionar este problema Bragdon y Fellows (2003) sugieren ejercicios mentales para mejorar el razonamiento lógico-deductivo, usando libros, ejercicios e incluso herramientas informáticas como “La Isla de las Matemáticas” (Santos & Carrazana, 2015), “Prueba de lógica” (DominoSoft, 2016), “El maestro lógico” (Weez Beez, 2016) o incluso sistemas con Inteligencia Artificial [IA] como los Sistemas Tutores Inteligentes [ITS], los cuales buscan emular un tutor humano con el objetivo de reforzar la enseñanza en los estudiantes con base en sus necesidades (Durango & Pascuas, 2015).

No obstante, muchos estudiantes utilizan tutores o Sistemas de Tutores Inteligentes para apoyar el conocimiento de operaciones en áreas o subáreas específicas, pero aunque las personas conozcan las operaciones, no saben cómo ni cuando utilizarlas obteniendo como consecuencia los resultados anteriores (Larrazolo, Backhoff, & Tirado, 2013) (Di Nuovo, Di Nuovo, Buono, & Cutello, 2014) (Kramarski & Mevarech, 2003).

El objetivo de esta investigación es desarrollar un sitio web para la recopilación y análisis de información a problemas de razonamiento lógico-matemático para alimentar un sistema de inferencia difusa, son los siguientes objetivos específicos:

- Recopilar, analizar y clasificar la información de problemas que ayuden a mejorar el razonamiento lógico matemático con base en los criterios del grupo de expertos en el área de matemáticas.
- Desarrollar y diseñar un sitio web de acuerdo con el modelo incremental
- Recopilar y analizar los tiempos, las respuestas y reportes de los problemas por parte de los estudiantes a través del sitio web.

Como se mencionó anteriormente, en este trabajo no solamente se analizarán los problemas contestados por parte de los estudiantes de nivel medio superior para tres niveles establecidos (básico, medio y avanzado), sino que también ayudará a recopilar la información de los tiempos que se generaron para alimentar un Sistema de Inferencia Difusa [FIS] que se implementará posteriormente en el proceso de evaluación de un juego serio para el fortalecimiento del razonamiento lógico-matemático.

## Marco Teórico

En esta sección se describen los conceptos relevantes para el desarrollo de este proyecto, el cual está conformado con el razonamiento lógico-matemático, la estructura del método incremental, la localización de valores atípicos, así como también las pruebas *t-test* para comparar similitudes entre dos grupos independientes.

### Razonamiento Lógico-Matemático

La inteligencia lógica matemática se define como una ciencia que se asocia al pensamiento científico y matemático para resolver problemas, comprender patrones o poder solucionar situaciones en donde se desconoce su método de solución (Gardner & Hatch, 1989) (Alsina & Canals, 2000).

Es decir, el razonamiento lógico-matemático es la capacidad de comprender patrones y relaciones lógicas en tareas no rutinarias, siguiendo una serie de pasos (Armstrong, 2006) (Lithner, 2000):

- Se establece una situación con un problema
- Se elige o desarrolla una estrategia que pueda resolver dicho problema
- Se implementa la estrategia seleccionada, en caso de no resolverse se regresa al punto anterior
- Se obtiene una conclusión.

### Modelo Incremental

El modelo incremental es un proceso que se caracteriza por dividir un proyecto en incrementos más pequeños y de manera independiente, logrando así reducir el tiempo de desarrollo, como se muestra en la Figura 1 (Tinoco, Rosales, & Salas, 2010) (Alshamrani & Bahattab, 2015).

**Figura 1.** Estructura del modelo incremental (Venkataramani, 2014).



Las fases del modelo incremental se definen de la siguiente manera:

**Análisis**, esta etapa debe ser desarrollada por un experto en el área (*senior*), tomando como base las especificaciones de los clientes, expertos de la industria y/o investigación, con el propósito de obtener técnicas de otros puntos de vista y proyectos con un mínimo riesgo (Stoica, Mircea, & Ghilic-Micu, 2013).

**Diseño**, es un proceso iterativo que se divide en cuatro partes, primero se definen los datos que conforman el sistema con base en un diagrama entidad relación o un diccionario de datos (diseño de datos), segundo es identificar los componentes del software y su interacción (diseño arquitectónico), el tercero es el diseño que se muestra al usuario y de cómo interactúa con el mismo (diseño de la interfaz), por último se transforman los elementos de la arquitectura de software (incluyendo los diagramas de flujo y modelos de comportamiento) en procedimientos de los componentes (Wang, Avrunin, & Clarke, 2006) (Pressman, 2010).

**Desarrollo**, en esta etapa se utilizan lenguajes de programación para generar código de manera organizada, evitando complicaciones al momento del desarrollo (Stoica, Mircea, & Ghilic-Micu, 2013).

**Pruebas**, es un conjunto de actividades, con el objetivo de especificar una plantilla que incluya técnicas de diseño y métodos de evaluación para definir el proceso de software, logrando así revisar que se hayan implementado de manera correcta los pequeños segmentos de código (test de bajo nivel) y validar las funciones principales con base en los requerimientos del cliente (test de alto nivel) (Pressman, 2010).

Es importante tener en cuenta que este modelo se utiliza en proyectos de bajo riesgo, para un largo plazo en el proceso de desarrollo o cuando es peligroso el generar todo el sistema al mismo tiempo (Alshamrani & Bahattab, 2015).

### **Localización de valores atípicos usando R**

Barnett y Lewis (1994) definen un valor atípico (*outlier*) como un subconjunto que se desvía de manera evidente de un conjunto de datos, en donde las causas pueden ser por medio de un error relacionado en el dispositivo o un fenómeno en particular (incendio, contaminación) (Fawzy, Mokhtar, & Hegazy, 2013).

Hay diversos casos en donde se puede aplicar la detección de los valores atípicos, como fraudes en tarjetas de crédito, limpieza de datos, intrusiones en la red, entre otros (Maimon & Rokach, 2005).

Existen softwares para la detección de estos valores, como R el cual es un proyecto de General Public Licence [GNU], creado por Free Software Foundation (Fundación para el software libre) de versión libre

[OpenOffice] y cuenta con las siguientes funciones, como se muestra en la Tabla 1 del paquete “outliers” (Komsta, 2015) (Elosua, 2011).

**Tabla 1.** Funciones del paquete estadístico de R.

Función	Descripción
chisq.out.test	Realiza una prueba Chi-cuadrada para detectar un valor atípico con varianza conocida.
cochran.test	Se utiliza para verificar si se rechaza o acepta una varianza de un grupo de datos.
dixon.test	Realiza una prueba de Dixon para detectar máximo 3 valores atípicos.
grubbs.test	Se utiliza para detectar uno o dos valores atípicos, ya sea en una cola o en colas opuesta.
Outlier	Encuentra el valor con mayor diferencia de la media, por lo que puede ser atípico.

### Pruebas t-test para comparar similitud en grupos independientes

Se utilizan las pruebas *t-test* para la comparación de dos grupos de datos independientes, con el fin de analizar si los datos se distribuyen de manera normal y sus varianzas son iguales (Delacre, Lakens, & Leys, 2017).

Existen dos casos diferentes, el primero se conoce como prueba de *t-Student* para iguales varianzas y diferentes tamaños de muestra, en donde  $n_1$  y  $n_2$  son los tamaños de la muestra y  $s_1^2$  y  $s_2^2$  son las varianzas estimadas para cada grupo independiente, con  $n_1+n_2-2$  grados de libertad (Zimmerman, 1996).

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{x_1x_2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (1) \quad \text{Donde } S_{x_1x_2} = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_{x_1}^2 + (n_2-1)s_{x_2}^2}{n_1+n_2-2}} \quad (2)$$

Para el caso de las varianzas y los tamaños de las muestras diferentes se utiliza la prueba *Welch*, en el cual  $s_1^2$  y  $s_2^2$  son sus varianzas,  $n_1$  y  $n_2$  son los tamaños de la muestra, como se muestra a continuación (Delacre, Lakens, & Leys, 2017).

Para calcular los grados de libertad:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2}}} \quad (3) \quad GL = \frac{\left(\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_{x_1}^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{s_{x_2}^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}} \quad (4)$$

### Método

Se utilizó la metodología de modelo incremental para el desarrollo de los problemas, así como un sitio web, con apoyo de un grupo de expertos en

el área de matemáticas y de la guía del Examen Nacional de Ingreso a la Educación Superior [EXANI-II].

## Participantes

### Expertos

Para la recopilación, el análisis, la clasificación y la reestructuración de los problemas, se obtuvo la participación de tres expertos en el área de Matemáticas como se aprecia en la Tabla 2, todos egresados de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas [FCFM] de la Universidad Autónoma de Nuevo León [UANL] con una carrera de Licenciando en Matemáticas [LM].

**Tabla 2.** Experiencia por parte del grupo de expertos

	Experiencia
Experto 1	Tres años trabajando en la Dirección de Evaluación Institucional del TecMilenio, como especialista en evaluación y revisión de exámenes online de matemáticas para preparatoria, profesional y maestría, tres años en la evaluación de maestros para la elaboración de reactivos de la misma área y tres años impartiendo asesorías en la FCFM a nivel licenciatura.
Experto 2	Dos años como evaluador en actividades (Rally de Matemáticas) en el desarrollo de la creatividad y la capacidad para resolución de problemas a estudiantes de nivel medio superior (CBTas), tres años y medio impartiendo asesorías para nivel superior en la FCFM, seis años en el desarrollo de soluciones basadas en modelos matemáticos.
Experto 3	Diecinueve años impartiendo clases para la FCFM en el área de matemáticas, con un doctorado en Ciencias con Orientación en Matemáticas y una línea de desarrollo de álgebras y las ecuaciones diferenciales, así como también integrante del Cuerpo Académico de Sistemas Complejos.

Como se puede observar en la Tabla 2, para la selección de los expertos se tomaron en cuenta los siguientes factores:

- Que tengan un amplio conocimiento en matemáticas
- Que se encuentren familiarizados con la enseñanza de dicha área en estudiantes de nivel medio superior y/o superior.
- Que hayan trabajado en problemas de razonamiento mas que mecánicos.

### Estudiantes

La Escuela Industrial y Preparatoria Técnica Álvaro Obregón Unidad Tres Caminos de la UANL cuenta con 392 estudiantes de sexto semestre con

distintas especialidades, en este estudio participaron 307 alumnos de distintas especialidades, como se puede apreciar en la Tabla 3.

**Tabla 3.** Participantes del estudio

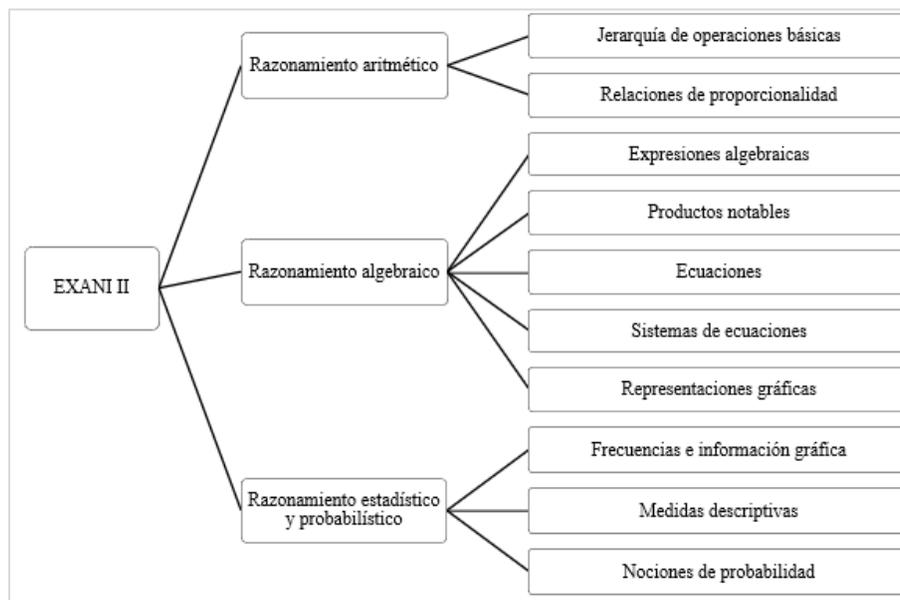
Tema	Subtema	Especialidad	# Participantes	Error máximo
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	Bachiller Técnico en TIC	36	6.7%
	Relaciones de proporcionalidad	Bachiller Técnico en Trabajo Social	26	8%
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	Bachiller Técnico Dibujante Industrial	30	7.4%
	Productos notables	Bachiller Técnico en Mecánica automotriz y Autotrónica	33	7%
	Ecuaciones	Bachiller Técnico en Turismo	37	6.6%
	Sistemas de ecuaciones	Bachiller Técnico en Electrónica Industrial	29	7.5%
	Representaciones gráficas	Bachiller Técnico en Mecánica automotriz y Autotrónica	20	9%
Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información grafica	Bachiller Técnico en Turismo	28	7.6%
	Medidas descriptivas	Bachiller Técnico en TIC	37	6.6%
	Nociones de probabilidad	Bachiller Técnico en Trabajo Social	31	7.3%

Se asignó un subtema a cada grupo de estudiantes de diferente turno (matutino y vespertino) y especialidad, tomando un tamaño de muestra con un nivel de confianza del 95% y un error estimado como se muestra en la Tabla 3.

### Estructura

Para la clasificación de los problemas se tomaron como base las primeras tres de las cinco subáreas del examen EXANI-II, como se muestra en la Figura 2, diseñado por el Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior [CENEVAL], el cual es utilizado para el ingreso a diversas facultades (incluyendo la UANL) (CENEVAL, 2018).

**Figura 2.** Estructura del razonamiento matemático (CENEVAL, 2018).



Asimismo, se establecieron tres niveles de dificultad, como se muestra en la Tabla 4, con ayuda de un grupo de expertos y la guía de “Niveles de dominio en Habilidad matemática” (Reyes, Castillo, Zúñiga, & Llarena, 2012).

**Tabla 4.** Niveles de los problemas definidos por el grupo de expertos.

	<b>Características</b>
Nivel 1	Su nivel de razonamiento se caracteriza por lograr resolver problemas utilizando una aplicación de conocimientos y procedimientos lineales expresados de manera directa y clara.
Nivel 2	Se caracteriza por tener un nivel de razonamiento en el cual se logran ejecutar múltiples procedimientos, incluyendo decisiones secuenciales.
Nivel 3	Consiste en poseer un nivel de razonamiento, logrando proponer y evaluar soluciones justificando su utilización y entender el lenguaje simbólico, logrando formar modelos y estrategias con base en observación y análisis.

### **Herramientas de desarrollo**

El sitio web se realizó en una máquina de marca Acer, con un sistema operativo de Windows 10 *Home Single Language*, con una memoria

RAM de 8.00 GB, un procesador *AMD A9-9410 RADEON R5, 5 COMPUTE CORES 2C+3G 2.90 GHz*.

Los problemas se almacenaron en un sistema de administración de datos conocido como *Microsoft SQL Server* versión 2012 y para el desarrollo del sitio web se utilizó Java Web con el framework de Spring y el Contenedor de servlets Apache Tomcat montado en un servidor de Amazon Web Services con conexión de BD apuntando a una instancia de SQL Server.

### **Desarrollo del primer incremento**

Para el primer incremento, se definió la recopilación, el análisis, la clasificación y la reestructuración de los problemas con ayuda del grupo de expertos, como se muestra a continuación.

#### **Análisis de requisitos**

En esta etapa se definió una lista de los requerimientos para el desarrollo de los problemas, tomando en cuenta que son estudiantes de nivel medio superior con conocimientos de acuerdo con su nivel de educación en el área de matemáticas:

- Todos los problemas se deben de recopilar de libros, guías, manuales revisados y aceptados por el grupo de expertos.
- Se debe analizar cada problema, con el fin de ser rechazado o aceptado y clasificado en el subtema correspondiente
- Todos los problemas aceptados deben ser resueltos y reestructurados, sin perder la lógica de su solución.
- Cada problema debe contener una respuesta correcta y tres falsas relacionadas con el problema.

#### **Diseño**

Para la reestructuración de los problemas, se tomaron como referencia libros, guías y páginas de internet revisadas por el grupo de expertos, los cuales se analizaron y clasificaron en cada uno de los temas y subtemas definidos, como se muestra en la Figura 3, en donde se puede observar una muestra del problema original y el modificado del tema Razonamiento Aritmético y el subtema Jerarquía de operaciones básicas.

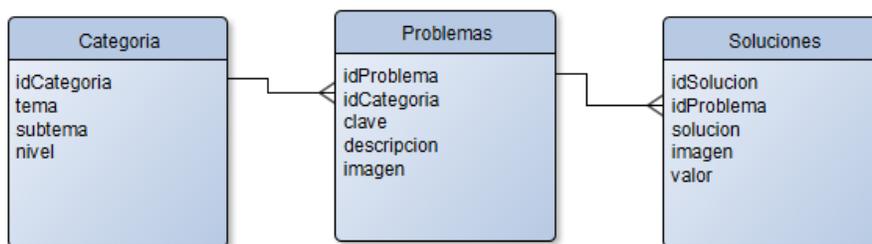
**Figura 3.** Problema original y modificado

Clave: Ex4CB2013(2)		Categoría:18	
Problema Original		Problema BD	
2. Si el primer término de una sucesión es 6, el segundo es 30 y el cuarto es 78, ¿cuál es el quinto término? (A) 30 (B) 84 (C) 102 (D) 108 (E) 114		Determine la expresión, donde para el primer término de x en una sucesión es 2, el segundo es 10 y el cuarto es 26. a) $2(4(x-1)+1)$ b) $8(x-1) + 1$ c) $2(x-1) + 1$ d) $2(4(x+1)-1)$	

Como se puede apreciar en la Figura 3, existen cuatro soluciones, una de las cuales es verdadera y tres son falsas, así como también una clave para saber la fuente del problema, por ejemplo Ex4CB2013(2) que significa que es el problema 2 del examen de admisión del College Board en el año 2013 (The College Board, 2012).

También, se diseñó un diagrama entidad relación para representar la estructura de la base de datos [BD] que almacena los problemas, como se muestra en la Figura 4, la cual está conformada por tres tablas: la primera (Categoría) contiene los temas y subtemas del EXANI-II, la segunda (Problemas) es la descripción de los problemas con sus imágenes correspondientes y la última (Soluciones) contiene las cuatro soluciones de cada problema con su respectivo valor, en donde se almacena un valor de 1 si la solución es verdadera y un valor de 0 si es falsa.

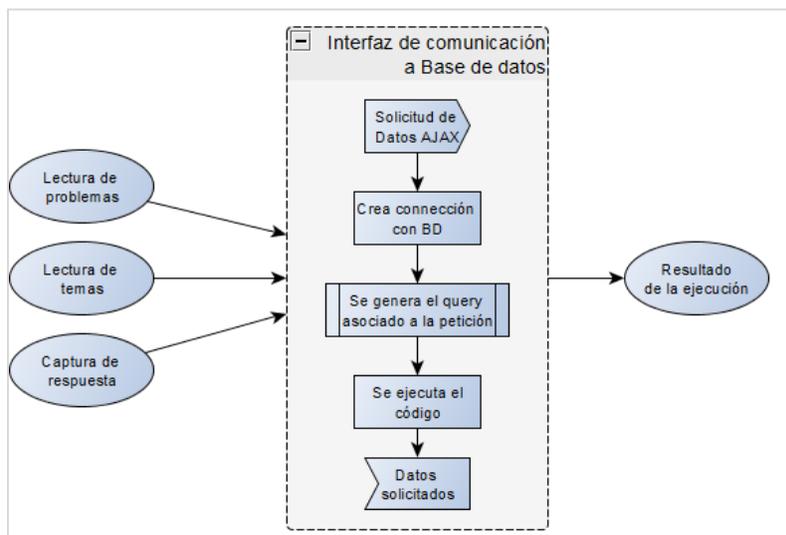
**Figura 4.** Diagrama de entidad-relación para los problemas.



### Desarrollo

Se analizaron y almacenaron en la BD todos los problemas reestructurados por el grupo de expertos, con el objetivo de consultarlos más adelante en un sitio web, como se puede observar en la Figura V.

**Figura 5.** Subproceso de la BD.



### Pruebas

En total se obtuvieron 231 problemas, como se muestra en la Tabla 5, en donde se revisaron por última vez por el experto con mayor experiencia, localizando 35 errores, como se muestra en la Tabla 6, el número de problemas que se reportaron con su tema y subtema definido.

**Tabla 5.** Total de problemas en la BD

Tema	Subtema	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	9	12	8	29
	Relaciones de proporcionalidad	7	8	7	22
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	11	8	8	27
	Productos notables	6	6	6	18
	Ecuaciones	10	8	7	25
	Sistemas de ecuaciones	6	10	7	23
	Representaciones gráficas	7	8	9	24
Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información grafica	6	7	7	20
	Medidas descriptivas	7	8	6	21
	Nociones de probabilidad	9	7	6	22

**Tabla 6.** Total de problemas reportados por el experto.

Tema	Descripción	# de problemas
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	4
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	7
	Productos notables	9
Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	9
	Medidas descriptivas	4
	Nociones de probabilidad	2

Se modificaron los problemas con base en el reporte generado por el experto y se volvieron a revisar sin encontrar algún otro inconveniente.

### **Segundo incremento**

El segundo incremento es el desarrollo de un sitio web que mostrará los problemas a los participantes seleccionados, con el propósito de obtener los tiempos, sugerencias y aciertos de cada uno de los problemas de la BD.

### **Análisis de requisitos**

Para la lista de requerimientos del segundo incremento, se definieron la estructura y características de la página web, tomando en cuenta el nivel de educación de los estudiantes en el área de tecnologías de la información:

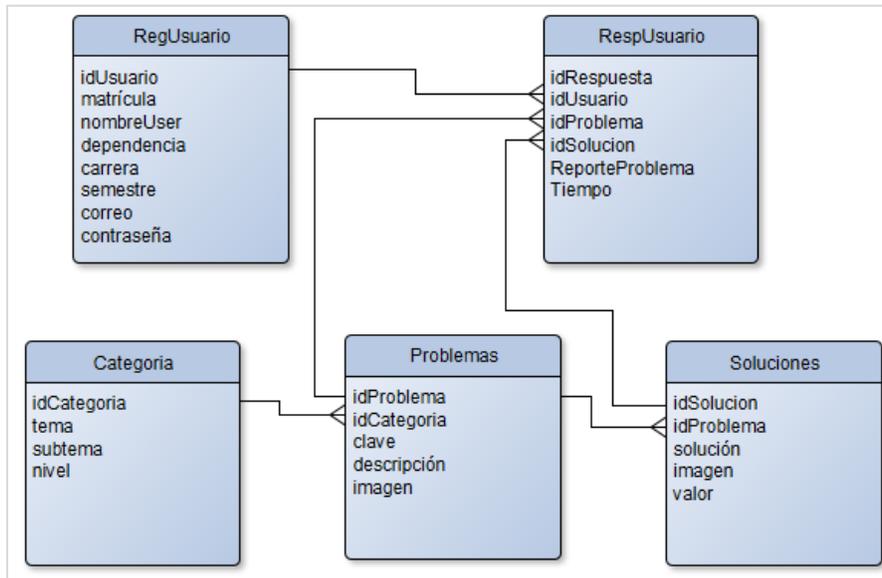
- Se deben de mostrar en el sitio web todos los problemas almacenados en la BD, separados por niveles, subtemas y temas.
- Es importante mantener un control de los estudiantes que ingresan en la aplicación, así como también cuales problemas resolvieron y cuales reportaron.
- Solo se puede contestar una vez cada problema y se almacena el tiempo que tardo en reponder.
- Todos los problemas de un subtema deben estar contenidos en una sola página, divididos solamente por su nivel.
- El usuario no puede cambiar de tema ni subtema hasta haber terminado con todos los problemas de la página en donde se encuentra.

### **Diseño**

Se modificó la BD generada anteriormente para cumplir los requerimientos del sitio web, por lo que se agregaron dos tablas más como

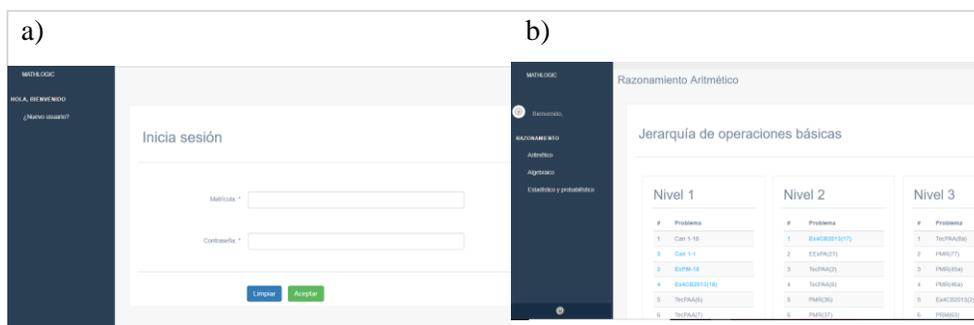
se muestra en el Figura 6, la primera (RegUsuario) consiste en la información personal del usuario y la segunda (RespUsuario) captura el tiempo, la respuesta y el motivo por el cual no se puede responder el problema por parte del estudiante (es opcional).

**Figura 6.** Diagrama de entidad-relación de la estructura del sitio web.



Para el diseño de cada una de las interfaces del sitio web, se utilizó el lenguaje de marcas de hipertexto (*HTML*) y hojas de estilo en cascada (*CSS*), como se muestra en la Figura VII, la pantalla de inicio y la lista de problemas con su respectivo tema, subtema y nivel.

**Figura 7.** Diseño del sitio web, en a) se muestra la pantalla principal (*login*) y en b) la lista de problemas con su respectivo tema y subtema.

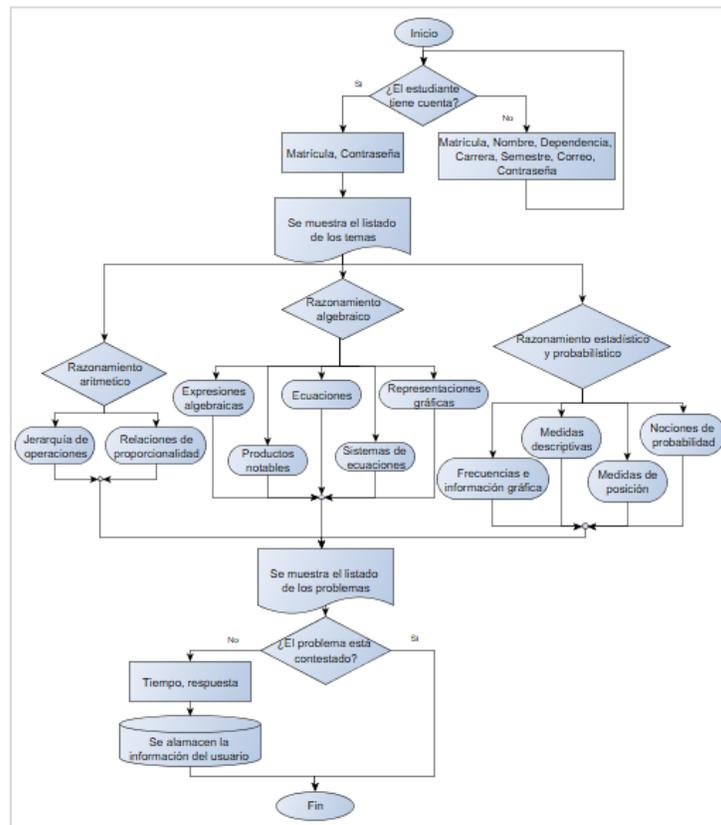


Como se puede apreciar en la Figura 7, en la lista de problemas se muestra la clave de cada problema (esto solo en los expertos), para el caso de los estudiantes solamente se muestra la palabra “Resuelve”, también se manejaron dos tipos de colores en la letra, el color negro significa que el problema está habilitado y en color celeste que se encuentra deshabilitado

## Desarrollo

Para el desarrollo del sitio web se creó un diagrama de navegación, como se muestra en la Figura 8, en donde el alumno puede registrarse, iniciar sesión, consultar, resolver y/o reportar problemas, los cuales se encuentran almacenados en la BD.

**Figura 8.** Diagrama de navegación del sitio web.



## Pruebas

Se realizaron diferentes pruebas al sitio web para encontrar errores, logrando así modificarse y evitar problemas al aplicarse a los participantes seleccionados.

### Primera iteración del sitio web.

Se realizaron pruebas en el sitio web en 2 laptops *Acer Aspire E15* con una capacidad de 8gb de RAM y una pantalla ancha de 15.6 pulgadas, así como también un CPU con 4gb de RAM, con una pantalla de 22 pulgadas, encontrando los siguientes errores:

- Los problemas y las soluciones que contienen imágenes se observan de diferentes tamaños.

- No valida cuando el usuario ingresa la matrícula o contraseña incorrectas.
- No informa cuando la información capturada en contraseña y en confirmar contraseña no coinciden.
- No informa cuando ya está registrado y te vuelves a registrar.

Se realizaron cambios a el sitio web con base en los errores encontrados en la primera iteración, como se muestra en la Figura 9, en donde se pueden apreciar los problemas, sus soluciones en imágenes y como se cambiaron a texto.

**Figura 9.** Resultado de la primera modificación del sitio web, en a) se muestra la primera versión del problema con definición y soluciones en imagen y en b) se muestran convertidas a texto usando *HTML*.



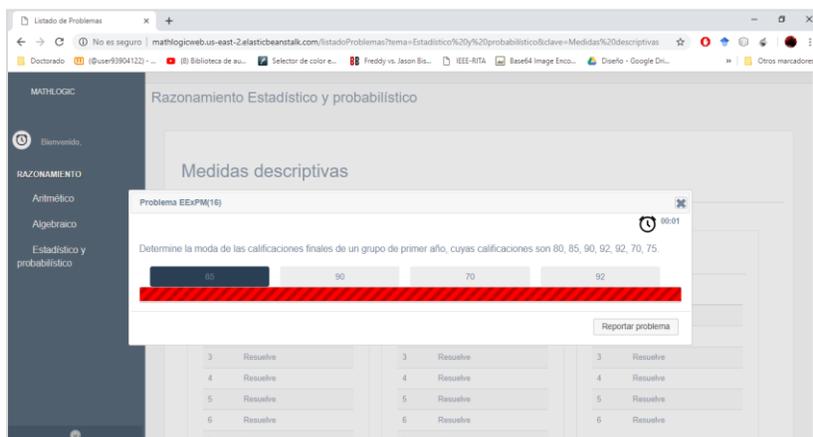
### Segunda iteración del sitio web.

Se realizaron pruebas por segunda ocasión en tres computadoras con las mismas características que la anterior, encontrando los siguientes errores:

- No permite entrar a cualquier otro subtema, pero informa la causa, a menos que se encuentren habilitadas las notificaciones de *Windows*.
- Al completar todos los problemas no muestra un mensaje que ya se terminaron, a no ser que se encuentren habilitadas las notificaciones de *Windows*.
- Algunas veces cuando se selecciona la respuesta de un problema se tarda en cerrar la aplicación y tampoco se sabe si se seleccionó o no.
- El nombre del botón para reportar un problema da a entender que ninguna de las opciones es la correcta, generando confusión por parte de los usuarios.

Tomando en cuenta los errores encontrados se realizaron modificaciones a la interfaz, como se muestra en la Figura 10, la cual marca la opción seleccionada, así como también una barra que cambia de acuerdo con la respuesta elegida, es roja si la respuesta es incorrecta y es verde si es correcta.

**Figura 10.** Resultado de la segunda modificación del sitio web, al seleccionar un problema y si se encuentra incorrecto o correcto.



## Resultados

Se almacenaron en la BD 231 problemas con sus respectivas respuestas verdaderas y falsas de los diferentes temas y subtemas basados en la sección 3.2 como se muestra en la Tabla 7.

**Tabla 7.** Total de problemas aplicados

Tema	Subtema	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	9	12	8	29
	Relaciones de proporcionalidad	7	8	7	22
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	11	8	8	27
	Productos notables	6	6	6	18
	Ecuaciones	10	8	7	25
	Sistemas de ecuaciones	6	10	7	23
	Representaciones gráficas	7	8	9	24
Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información grafica	6	7	7	20
	Medidas descriptivas	7	8	6	21
	Nociones de probabilidad	9	7	6	22

Los problemas se aplicaron a 307 estudiantes obteniendo 7,098 respuestas, como se muestra en la Tabla 8 en donde se definieron las siguientes abreviaturas:

- **TPC**, total de problemas contestados por los estudiantes.
- **TE**, total de errores obtenidos.
- **%TE**, porcentaje de errores obtenidos con base en el TPC de cada subtema.
- **TA**, total de aciertos generados.
- **%TA**, porcentaje de aciertos con base en el TPC de cada subtema.
- **TR**, total de reportes obtenido (puede ser de diferentes o un mismo problema)
- **%TR**, porcentaje de reportes generados con base en el TPC de cada subtema.

**Tabla 8.** Total de problemas, aciertos y errores obtenidos divididos por subtema.

#	Subtema	TE	% TE	TA	%TA	TR	%T R	TPC
1	Jerarquía de operaciones básicas	632	57%	478	43%	4	0.4%	1114
2	Relaciones de proporcionalidad	304	52%	282	48%	4	0.7%	590
3	Expresiones algebraicas	377	48%	407	52%	18	2.2%	802
4	Productos notables	307	52%	281	48%	19	3.1%	607
5	Ecuaciones	533	61%	339	39%	1	0.1%	873
6	Sistemas de ecuaciones	267	41%	381	59%	6	0.9%	654
7	Representaciones gráficas	230	49%	237	51%	6	1.3%	473
8	Frecuencias e información grafica	293	56%	229	44%	34	6.1%	556
9	Medidas descriptivas	368	49%	382	51%	8	1.1%	758
10	Nociones de probabilidad	380	57%	287	43%	5	0.7%	672

Con base en la Tabla 8, se desglosó la información como se muestra en la Tabla 9, en donde se pueden observar los problemas totales, los contestados de manera incorrecta, de manera correcta, así como también los reportados para cada subtema y nivel, utilizando las abreviaturas mencionadas anteriormente.

**Tabla 9.** Total de problemas, aciertos y errores obtenidos.

Subtema	Nivel	TE	%TE	TA	%TA	TR	%TR	TPC
Jerarquía de operaciones básicas	1	126	37%	219	63%	0	0.0%	345
	2	304	66%	156	34%	2	0.4%	462
	3	202	66%	103	34%	2	0.7%	307
Relaciones de proporcionalidad	1	54	29%	134	71%	0	0.0%	188
	2	111	52%	99	46%	4	1.9%	214
	3	139	74%	49	26%	0	0.0%	188
Expresiones algebraicas	1	120	37%	198	61%	7	2.2%	325
	2	97	41%	134	56%	7	2.9%	238
	3	160	67%	75	31%	4	1.7%	239
Productos notables	1	70	35%	117	58%	15	7.4%	202
	2	122	60%	80	39%	3	1.5%	205
	3	115	58%	84	42%	1	0.5%	200
Ecuaciones	1	191	54%	159	45%	1	0.3%	351
	2	182	65%	98	35%	0	0.0%	280
	3	160	66%	82	34%	0	0.0%	242
Sistemas de ecuaciones	1	48	28%	123	72%	1	0.6%	172
	2	107	38%	175	61%	3	1.1%	285
	3	112	57%	83	42%	2	1.0%	197
Representaciones gráficas	1	65	47%	72	52%	2	1.4%	139
	2	68	44%	87	56%	1	0.6%	156
	3	97	54%	78	44%	3	1.7%	178
Frecuencias e información grafica	1	70	42%	93	56%	4	2.4%	167
	2	119	62%	62	32%	12	6.2%	193
	3	104	53%	74	38%	18	9.2%	196
Medidas descriptivas	1	84	33%	168	67%	0	0.0%	252
	2	128	44%	163	56%	1	0.3%	292
	3	156	73%	51	24%	7	3.3%	214
Nociones de probabilidad	1	154	56%	116	42%	4	1.5%	274
	2	111	52%	103	48%	0	0.0%	214
	3	115	63%	68	37%	1	0.5%	184

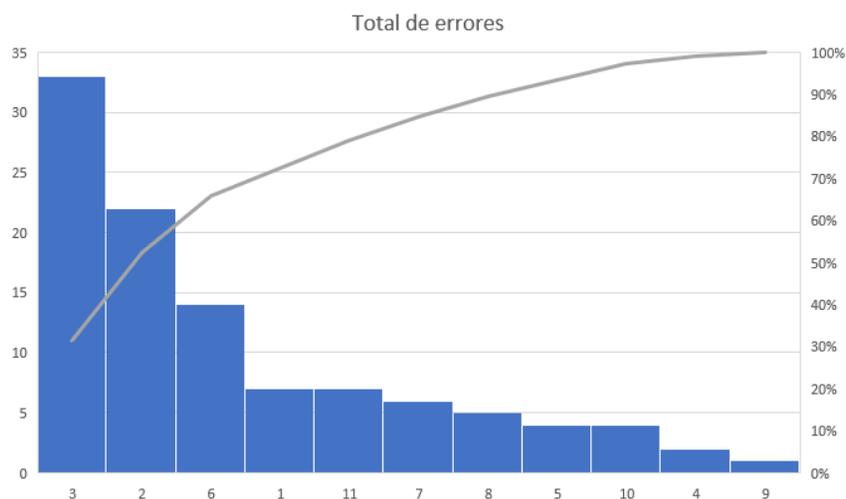
Se identificaron y analizaron cada uno de los reportes, después fueron clasificados en 11 categorías, como se puede apreciar en la Tabla 10, en donde se muestra la cantidad de reportes generados por categoría por parte de los estudiantes.

**Tabla 10.** Problemas reportados por parte de los estudiantes

#	Reporte	Total de reportes
1	No sabía como resolver el problema	7
2	No se entendía el problema	22
3	No se encuentra la opción correcta	33
4	El problema es confuso	2
5	Se requiere una fórmula	4
6	El problema está mal redactado	14
7	No se puede responder	6
8	Muy difícil	5
9	No se pueden ver los números	1
10	La persona es daltónica por lo que no pudo resolver el problema	4
11	Se desconoce uno o varios términos	7

Con base en los resultados de la Tabla 10, se organizaron de mayor a menor y se realizó un diagrama de Pareto, como se muestra en la Figura 11, con el objetivo de conocer las principales razones de porque los estudiantes no pueden contestar los problemas.

**Figura 11.** Diagrama de Pareto de los errores.



Como se muestra en la Figura 11, la mayoría de los estudiantes (mas del 65%) reportaban que no entendían los problemas ya sea porque no sabían lo que solicitaban o como resolverlos (reporte número 2), tampoco encontraban la opción correcta por lo que ellos escribían su respuesta (reporte número 3) o consideraban que el problema estaba mal redactado debido a que no se explica con claridad o solicitaban que fuera mas directo (reporte número 6).

Asimismo, se desglosó cada uno de los reportes, como se muestra en la Tabla 11, en donde se puede apreciar el total de los problemas reportados por parte de los estudiantes divididos en subtemas.

**Tabla 11.** Problemas reportados divididos por subtema.

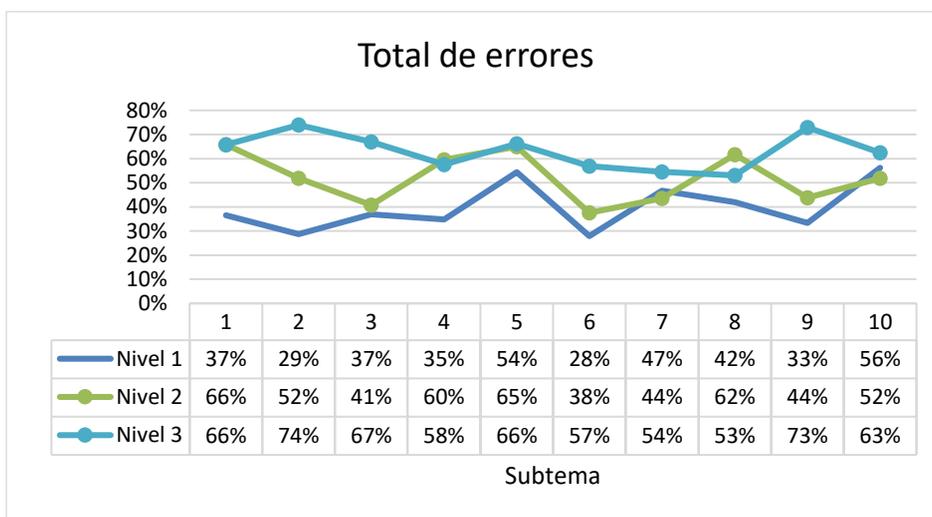
# Reporte	Subtema	Total de reportes	# Reporte	Subtema	Total de reportes
1	Jerarquía de operaciones básicas	1	4	Relaciones de proporcionalidad	1
	Expresiones algebraicas	1		Frecuencias e información gráfica	1
	Productos notables	2	5	Expresiones algebraicas	3
	Frecuencias e información gráfica	3		Representaciones gráficas	1
2	Relaciones de proporcionalidad	2	6	Expresiones algebraicas	3
	Jerarquía de operaciones básicas	3		Productos notables	4
	Expresiones algebraicas	2		Sistemas de ecuaciones	1
	Productos notables	5		Frecuencias e información gráfica	5
	Ecuaciones	1		Nociones de probabilidad	1
	Sistemas de ecuaciones	1	7	Productos notables	2
	Representaciones gráficas	1		Sistemas de ecuaciones	1
	Frecuencias e información gráfica	6		Representaciones gráficas	2
	Nociones de probabilidad	1		Frecuencias e información gráfica	1
3	Relaciones de proporcionalidad	1	8	Productos notables	2
	Expresiones algebraicas	9		Representaciones gráficas	1
	Productos notables	4		Medidas descriptivas	2
	Sistemas de ecuaciones	3	9	Frecuencias e información gráfica	1
	Representaciones gráficas	1	10	Frecuencias e información gráfica	4
	Frecuencias e información gráfica	13	11	Medidas descriptivas	6
	Nociones de probabilidad	2		Nociones de probabilidad	1

En la Tabla 11, se puede apreciar los subtemas en donde los estudiantes encontraron mayor dificultad, ya sea por que no saben como utilizar las propiedades de los monomios (Expresiones algebraicas), binomios (Productos notables) o incluso interpretar gráficas y tablas (Frecuencias e información gráfica), así como también desconocen algunos términos como la varianza y la desviación estándar (Medidas descriptivas).

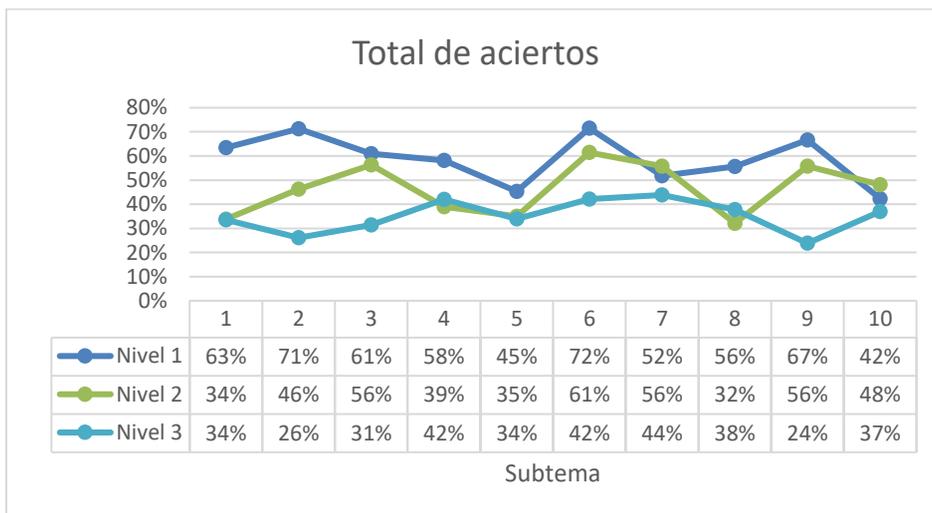
Se revisaron y analizaron 55 problemas con sus respectivas respuestas con apoyo de los expertos en matemáticas, en donde se modificaron 10 textos ya sea la estructura del problema, la imagen o las soluciones, según sea el caso.

Con el propósito de obtener una mejor observación de los resultados por parte de los estudiantes, se grafican los errores, los aciertos y los reportes de los problemas de cada subtema divididos por nivel, como se muestra en la Figura 12, 13 y 14 respectivamente.

**Figura 12.** Total de errores divididos por nivel y subtemas.

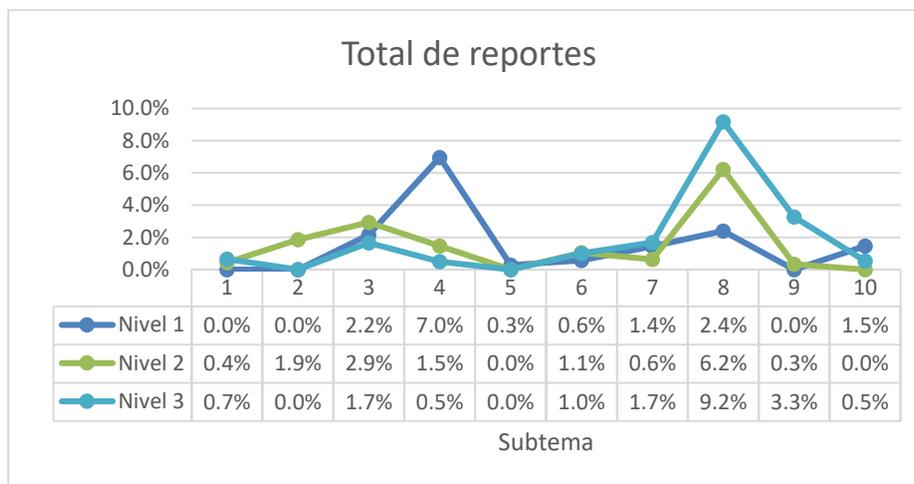


**Figura 13.** Total de aciertos divididos por nivel y subtemas.



En la Figura 12 y 13 se puede apreciar que la mayoría de los estudiantes cometieron más errores en el nivel tres lo que significa que los alumnos no saben formular modelos con base en observación y análisis, a excepción del subtema de Frecuencias e información gráfica (punto 8) donde en este caso no pueden utilizar múltiples procedimientos usando información de tablas de frecuencias y graficas.

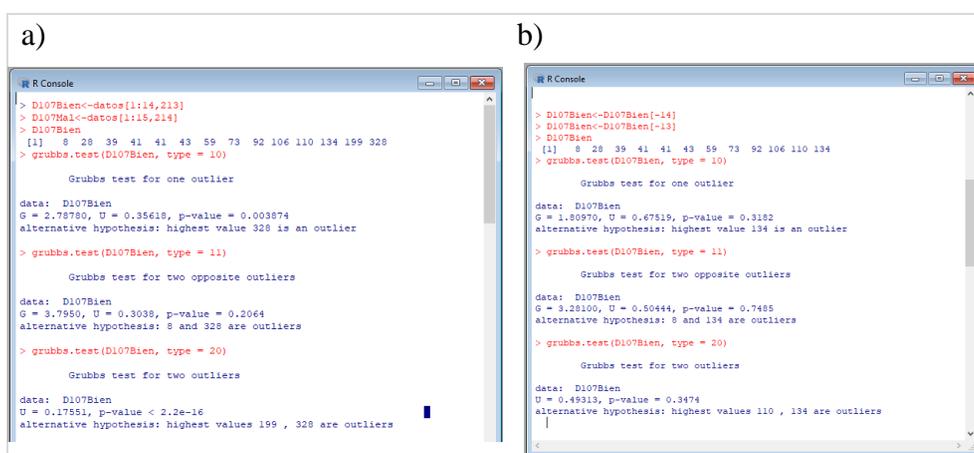
**Figura 14.** Total de reportes divididos por nivel y subtemas.

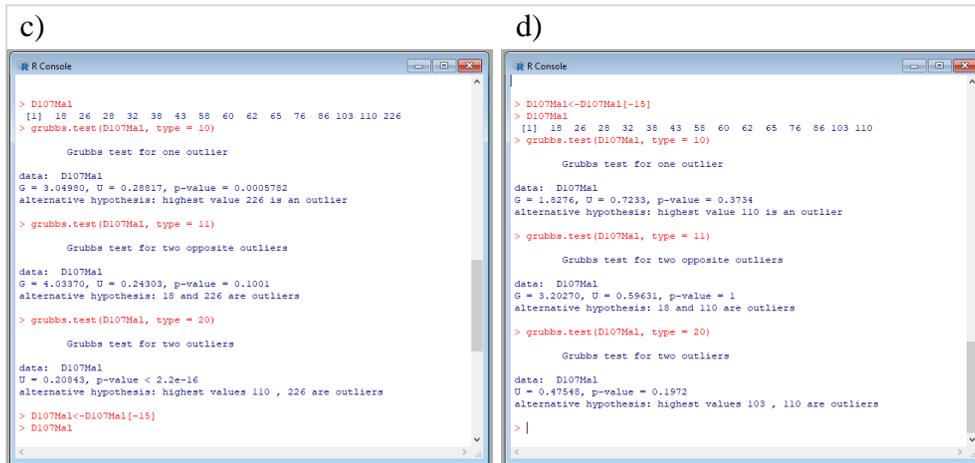


En la Figura 14 se puede apreciar que no existe un patrón para el reporte de los problemas, es decir en algunos subtemas se encuentra mayormente reportados el nivel 1, en otros casos el 2 o el 3 (depende del subtema).

Una vez que se analizaron los tiempos de los problemas divididos por los contestados de manera correcta como incorrecta, se encontró que en algunos casos los estudiantes tardaban uno o dos segundos como mínimo y un máximo arriba de 480 (es decir 8 minutos), por lo que se utilizó la prueba *Grubbs* de R para identificar los valores atípicos, como se muestra en la Figura 14 para detectar una (tipo 10 para un dato y tipo 20 para 2) o dos colas (tipo 11) sin importar el lado.

**Figura 15.** Procedimiento para detectar datos atípicos. En a) y b) se muestra para la lista de datos contestada correctamente, en c) y d) los contestados incorrectamente.





Como se puede apreciar en la Figura 15, se analizaron los datos con un 95% de confianza, significa que se rechaza la hipótesis nula (no hay valores atípicos) si el  $p\text{-valor} < 0.05$  y se acepta la hipótesis alternativa (existe al menos un valor atípico) (Komsta, 2011).

Se realizó un procedimiento similar para los otros 230 problemas, eliminando desde uno hasta nueve datos atípicos, como se puede apreciar en la Tabla 12, el percentil de los valores eliminados tanto de la lista de problemas que respondieron de manera correcta como incorrecta.

**Tabla 12.** Total de datos eliminados.

#	Problemas correctos	% Problemas correctos	Problemas incorrectos	% Problemas incorrectos
0	89	39%	83	36%
1	47	20%	34	15%
2	54	23%	64	28%
3	21	9%	18	8%
4	11	5%	19	8%
5	5	2%	5	2%
6	2	1%	6	3%
7	0	0%	1	0%
8	2	1%	0	0%
9	0	0%	1	0%

Se contempló tomar el valor mínimo y máximo de las listas de datos que se contestaron correctamente y sin los valores atípicos para los tiempos del FIS, pero en algunos casos los tiempos que respondieron de manera incorrecta se observan que son similares, por lo que se utilizó la prueba *t-test* para varianzas y tamaños diferentes con el objetivo de comprobar si las dos listas de un problema son estadísticamente similares, como se

puede apreciar en la Tabla 13 el porcentaje de probabilidad para dos colas de los datos originales y modificados.

**Tabla 13.** Porcentaje de probabilidad de que sean distintos las listas de problemas con respuesta correcta e incorrecta.

Valor-p para dos colas	Original	Modificado
NA	11	11
$x < 10\%$	29	72
$10\% < x < 21\%$	36	27
$20\% < x < 31\%$	23	17
$30\% < x < 41\%$	30	20
$40\% < x < 51\%$	22	14
$50\% < x < 61\%$	16	5
$60\% < x < 71\%$	18	21
$70\% < x < 81\%$	16	18
$80\% < x < 91\%$	15	5
$X > 90\%$	15	21

Como se puede observar en la Tabla XIII, NA significa que no existe un porcentaje de probabilidad de ser estadísticamente similares debido a que se comparan entre 1 a 3 datos en alguna de las listas (bien o mal), los tiempos que se contestaron de manera incorrecta se van a considerar cuando el valor-p es menor a 5% para una cola ( $p < 0.05$ ) y 10% para dos colas ( $p < 0.10$ ) ya que no existe evidencia estadística de que los tiempos de las muestras sean diferentes (Pértega & Pita, 2001).

## Conclusiones

Los niveles y subtemas en donde los estudiantes cometen un porcentaje de errores considerable son en el nivel dos y tres, para el caso de las ecuaciones de primer y segundo grado (61%, Ecuaciones), los problemas de conteo y cálculo de probabilidad (57%, Nociones de probabilidad), por último las operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación para números enteros y fracciones (57%, Jerarquía de operaciones básicas), los cuales contienen un nivel de razonamiento alto por lo que se no se resuelven de manera directa

Asimismo, los niveles y subtemas con un porcentaje de reportes significativo, son el nivel uno de los productos notables (7.4%), el nivel dos (6.2%) y tres (9.2%) de frecuencias e información gráfica, en donde no encuentran la respuesta correcta al procedimiento que ellos utilizaron (31.4%), no entienden el problema (21%) o incluso consideraban que el problema estaba mal redactado (13.3%) ya sea porque faltaba información

o lo que se le solicitaba no concordaba con los datos que se proporcionaban. Por lo que se analizaron, modificaron y/o reestructuraron (en caso de ser necesario) los problemas, las imágenes y sus soluciones con base en los reportes obtenidos anteriormente.

Con base en los comentarios y las respuestas anteriores, se considera que los estudiantes tienen un nivel de razonamiento bajo y están acostumbrados a hacer procesos lineales usando fórmulas (ya que varios reportes los estudiantes solicitaban una fórmula o decían que los datos no coincidían a los procedimientos que ellos usaron), los cuales son consistentes con las pruebas PLANEA o PISA.

Se separaron y analizaron los datos de los tiempos que se tardaron en contestar cada uno de los problemas en dos categorías, en la primera se consideraron los problemas contestados de manera correcta y en la segunda los contestados de manera incorrecta por parte de los estudiantes, el proceso anterior se realizó con el propósito de alimentar una de las variables del FIS el cual se implementará posteriormente en un estudio que consiste en el desarrollo de una aplicación para mejorar el razonamiento lógico matemático con implementación de un sistema basado en lógica difusa. Sin embargo, algunos estudiantes tardaban uno o dos segundos como mínimo o más de ocho minutos como máximo ya sea porque se encontraban distraídos o solo seleccionaban una respuesta sin leer, por lo que se utilizó el software R para detectar y eliminar los datos atípicos.

Para los tiempos de la variable del FIS, se consideró tomar la lista en donde se contestó correctamente y sin los valores atípicos, pero en algunos casos también se analizaron los valores incorrectos siempre y cuando sean estadísticamente similares usando la prueba *t-test* para varianzas y tamaños diferentes. Como trabajo futuro se almacenarán los tiempos establecidos para cada uno de los problemas en una BD la cual será la fuente de información para la variable tiempo del FIS.

## Referencias

- Alshamrani, A., & Bahattab, A. (2015). A Comparison Between Three SDLC Models Waterfall . *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, 12(1), 106-111.
- Alsina, A., & Canals, M. A. (2000). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdicomanejativos*. Madrid : Narcea, S.A. de Ediciones. .
- Armstrong, T. (2006). *Inteligencias múltiples en el aula: Guía práctica para educadores*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
- Baño, J. A. (2015). *Estrategias metodológicas en el proceso lógico-matemático de los estudiantes (Tesis Maestría)*. Babahoyo: Universidad Regional Autónoma de los Andes.

- Barnett, V., & Lewis, T. (1994). *Outliers in Statistical Data*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- Bragdon, A., & Fellows, L. (2003). *Juegos de mente*. Ciudad de México: Selector .  
Obtenido de <http://ride.org.mx/1-11/index.php/RIDESECUNDARIO/article/view/103>
- CENEVAL. (2018). *Guía EXANI II*. Recuperado el 16 de Abril de 2018, de <http://www.ceneval.edu.mx/documents/20182/98406/Guia+EXANI-II+23a+ed.pdf/e1ff950b-2b89-4544-af4b-d5f456fa3ee8>
- Delacre, M., Lakens, D., & Leys, C. (2017). Why Psychologists Should by Default Use Welch's t-test. *International Review of*, 30(1), 92-101.
- Di Nuovo, A., Di Nuovo, S., Buono, S., & Cutello, V. (2014). Benefits of Fuzzy Logic in the Assessment of Intellectual Disability. *International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)* (págs. 1843- 1850). Beijing: IEEE.
- DominoSoft. (7 de Octubre de 2016). *Prueba de lógica*. (GooglePlay) Recuperado el 31 de Diciembre de 2016, de *Prueba de lógica*: <https://play.google.com/store/apps/details?id=fr.testsintelligence>
- Durango, J. A., & Pascuas, Y. S. (2015). Los sistemas tutores inteligentes y su aplicabilidad en la educación. *Horizontes Pedagógicos*, 17(2), 104-116.
- Elosua, P. (2011). *Introducción al entorno R*. Bilbao: Universidad del País Vasco.
- Fawzy, A., Mokhtar, H. M., & Hegazy, O. (2013). Outliers detection and classification in wireless. *Egyptian Informatics Journal*, 14(2), 157–164.
- Fernández, M. L. (2013). Importancia de la comprensión lectora en el abordaje de la primera etapa de resolución de problemas matemáticos con un enfoque crítico. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (págs. 863-875). Santo Domingo: Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (REDUMATE) y Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra.
- Gardner, H., & Hatch, T. (1989). Multiple Intelligences Go to School: Educational Implications of the Theory of Multiple Intelligences. *Educational Researcher*, 18(8), 4-10.
- INEE. (2017). *Informe de resultados PLANEA 2015*. Obtenido de El aprendizaje de los alumnos de sexto de primaria y tercero de secundaria en México: <https://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/D/246/P1D246.pdf>
- Komsta, L. (23 de Enero de 2011). *grubbs.test*. (R) Recuperado el 22 de Abril de 2019, de <https://www.rdocumentation.org/packages/outliers/versions/0.14/topics/grubbs.test>
- Komsta, L. (20 de Febrero de 2015). *Package 'outliers'*. Recuperado el 12 de Abril de 2019, de <https://cran.r-project.org/web/packages/outliers/outliers.pdf>
- Kramarski, B., & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing Mathematical Reasoning in the Classroom: The Effects of Cooperative Learning and Metacognitive Training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310.
- Larrazolo, N., Backhoff, E., & Tirado, F. (2013). Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en México. *Revista mexicana de investigación educativa*, 18(59), 1137-1163.
- Lithner, J. (2000). Mathematical Reasoning in School Tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 165–190.

- Maimon, O., & Rokach, L. (2005). *Data mining and knowledge discovery handbook*. New York: Springer Science+Business Media, Inc.
- OECD. (2018). *PISA 2015 R*. Recuperado el 15 de Abril de 2018, de Results in focus: <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>
- Pértega, S., & Pita, S. (23 de Marzo de 2001). *Fisterra*. Obtenido de Métodos paramétricos para la comparación de dos medias. t de Student: [https://www.fisterra.com/mbe/investiga/t\\_student/t\\_student2.pdf](https://www.fisterra.com/mbe/investiga/t_student/t_student2.pdf)
- Pressman, R. S. (2010). *Software Engineering - A practitioner's approach*. New York, NY: McGraw-Hill Higher Education.
- Quintero, L., Suárez, Y., García, G., & Vanegas, J. (2012). Niveles de pensamiento y resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del programa psicología de una universidad pública de Santa Marta (Magdalena). *Duazary (Revista Internacional de Ciencias de la Salud)*, 9(2), 123-131.
- Reyes, S., Castillo, A., Zúñiga, A., & Llarena, R. (2012). *Niveles de dominio en Habilidad matemática: La estrategia de evaluación de ENLACE Media Superior Marcos de referencia 5*. Ciudad de México: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (CENEVAL).
- Santos, A., & Carrazana, G. (2 de Septiembre de 2015). Herramienta de ayuda al aprendizaje de la Matemática. *Desarrollo tecnológico para la innovación educativa*. Guadalajara. Recuperado el 1 de Enero de 2017, de Herramienta de ayuda al aprendizaje de la Matemática: <http://repositorial.cuaed.unam.mx:8080/jspui/bitstream/123456789/4581/1/Ponencia.pdf>
- Stoica, M., Mircea, M., & Ghilic-Micu, B. (2013). Software Development: Agile vs. Traditional. *Informatica Economică*, 17(4), 64-76.
- The College Board. (2012). *Guía de estudio para tomar las pruebas del PEAU*. Puerto Rico: College Entrance Examination Board.
- Tinoco, O., Rosales, P. P., & Salas, J. (2010). Criterios de selección de metodologías de desarrollo de software. *Revista de la Facultad de Ingeniería Industrial*, 13(2), 70-74.
- Venkataramani, K. (2014). Analysis of Software Process Models and Applications. *International Journal of Emerging Trends & Technology in Computer Science (IJETTCS)*, 3(3), 203-207.
- Wang, S., Avrunin, G. S., & Clarke, L. A. (2006). Architectural Building Blocks for Plug-and-Play System Design. En *Component-Based Software Engineering* (págs. 98–113). Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006.
- Weez Beez. (28 de Noviembre de 2016). *El Maestro Lógico I*. (GooglePlay) Recuperado el 31 de Diciembre de 2016, de El Maestro Lógico 1: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.cd1.global>
- Zimmerman, D. W. (1996). Some properties of preliminary tests of equality of variances in the two-sample location problem. *Journal of General Psychology*, 123(3), 217-231.